## 2.3.2 Nerovnice v součinovém tvaru I

**Předpoklady:** 2301

Řešíme nerovnici $(x+2)(2x-1)\geq 0$.

Vlevo součin dvou čísel, vpravo nula $\Rightarrow$ jde pouze o znaménko součinu na levé straně.
Kdy je součin dvou čísel kladný?

a) Obě závorky budou kladné:

$$(x+2)\geq 0 \Rightarrow x\geq -2$$

$$(2x-1)\geq 0 \Rightarrow x\geq \frac{1}{2}$$

Plníme obě podmínky $\Rightarrow K_1=\left\langle \frac{1}{2};\infty\right)$.

b) Obě závorky budou záporné:

$$(x+2)\leq 0 \Rightarrow x\leq -2$$

$$(2x-1)\leq 0 \Rightarrow x\leq \frac{1}{2}$$

Plníme obě podmínky $\Rightarrow K_2=(-\infty;-2\rangle$.

Všechna řešení dohromady $K=K_1\cup K_2=(-\infty;-2\rangle\cup\left\langle \frac{1}{2};\infty\right)$.

Není to moc přehledné. Záleží pouze na znaménkách závorek a ty můžeme sledovat v tabulce:

- Řádky: jednotlivé závorky nerovnice.
- Sloupce: intervaly z R rozdělené čísly, pro která jsou jednotlivé závorky rovny nule (pak máme jistotu, že žádná ze závorek uvnitř intervalu nezmění znaménko).
- Políčka uvnitř tabulky: znaménka závorek v konkrétních intervalech.

$(x+2)(2x-1)\geq 0$

Hledáme nulové body (vlastně řešení rovnice v součinovém tvaru):

$(x+2)=0 \Rightarrow x=-2$ $\qquad$ $(2x-1)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$


Nulové body rozdělí reálná čísla na intervaly, které napíšeme do jednotlivých sloupců tabulky:

| | $(-\infty;-2)$ | $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$ | $\left(\frac{1}{2};\infty\right)$ |
|---|---|---|---|
| $(x+2)$ | - | + | + |
| $(2x-1)$ | - | - | + |
| $(x+2)(2x-1)$ | + | - | + |

Nulové body jsou součástí řešení, protože v nerovnosti je $\geq$.

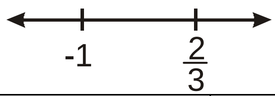
Řešením jsou intervaly s červeným plus v poslední řádce (hledali jsme *x*, pro která je výraz vlevo větší než nula): $K=(-\infty;-2\rangle\cup\left\langle\frac{1}{2};\infty\right)$

**Pedagogická poznámka:** Překvapivě se ukázalo, že jeden společně spočítaný příklad stačí. Problémy související s pochopením metody má při řešení dalších příkladů pouze menší část studentů a je možné je oddiskutovat v lavicích. Většinou se týkají toho, jak získat intervaly to tabulky.
Nejvíce chyb studenti dělají při doplňování znamének do tabulky.

**Pedagogická poznámka:** Hned v tomto okamžiku sdělím studentům, že náš postup je možné zrychlit a jejich úkolem je přemýšlet o tom, jak to udělat.

**Př. 1:** Řeš nerovnici $(2-3x)(x+1)>0$.

Nulové body: $2-3x=0\Rightarrow x=\frac{2}{3}$ $\qquad x+1=0\Rightarrow x=-1$

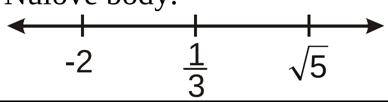



| | $(-\infty;-1)$ | $\left(-1;\frac{2}{3}\right)$ | $\left(\frac{2}{3};\infty\right)$ |
|---|---|---|---|
| $(2-3x)$ | + | + | - |
| $(x+1)$ | - | + | + |
| $(2-3x)(x+1)$ | - | + | - |

Nulové body nejsou částí řešení, protože v nerovnosti je pouze $>$.
$K=\left(-1;\frac{2}{3}\right)$

**Př. 2:** Řeš nerovnici $(x-\sqrt{5})(x+2)(1-3x)\geq 0$.

Vlevo součin tří čísel, úvaha platí (záleží jen na znaménkách) $\Rightarrow$ stejný postup s větší tabulkou.
Nulové body:




| | $(-\infty;-2)$ | $\left(-2;\frac{1}{3}\right)$ | $\left(\frac{1}{3};\sqrt{5}\right)$ | $(\sqrt{5};\infty)$ |
|---|---|---|---|---|
| $(x-\sqrt{5})$ | - | - | - | + |
| $(x+2)$ | - | + | + | + |
| $(1-3x)$ | + | + | - | - |
| $(x-\sqrt{5})(x+2)(1-3x)$ | + | - | + | - |

Nulové body jsou součástí řešení, protože v nerovnosti je $\geq$.

$$K = (-\infty; -2\rangle \cup \left\langle \frac{1}{3}; \sqrt{5} \right\rangle$$

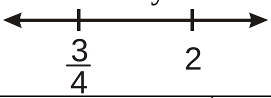
**Pedagogická poznámka:** Rozšíření metody na tři závorky v předchozím příkladu problémy studentům nedělá. Horší je to s následujícím příkladem. Většina studentů se snažila dvojku a odmocninu ze tří roznásobit do některé ze závorek. Také závorku $(x^2+1)$ většinou do tabulky zahrnuli. Doporučuji předem upozornit, že si mohou ušetřit práci, a pak ve chvíli, kdy už většina z nich na příkladu pracuje, rozebrat, co vše jde vynechat.

**Př. 3:** Řeš nerovnici $2(x-2)\sqrt{3}(x^2+1)(3-4x) \leq 0$

- Čísla 2 a $\sqrt{3}$ nehrají žádnou roli (jsou kladná a znaménko výsledku neovlivní).
- Závorka $(x^2+1)$ nehraje žádnou roli (je vždy kladná a znaménko výsledku neovlivní).

$\Rightarrow$ Řešíme fakticky nerovnici $(x-2)(3-4x) \leq 0$.

Nulové body:




| | $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right)$ | $\left(\frac{3}{4}; 2\right)$ | $(2; \infty)$ |
|---|---|---|---|
| $(x-2)$ | - | - | + |
| $(3-4x)$ | + | - | - |
| $(x-2)(3-4x)$ | - | + | - |

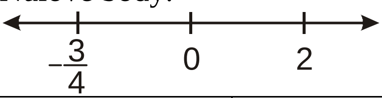
Nulové body jsou součástí řešení, protože v nerovnosti je $\leq$.

$$K = \left(-\infty; \frac{3}{4}\right\rangle \cup \langle 2; \infty)$$

**Př. 4:** Řeš nerovnici $x(2-x)(4x+3) < 0$.

Vlevo součin tří čísel, úvaha platí (záleží jen na znaménkách) $\Rightarrow$ stejný postup s větší tabulkou.

Nulové body:




| | $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right)$ | $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$ | $(0; 2)$ | $(2; \infty)$ |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | - | - | + | + |
| $(2-x)$ | + | + | + | - |
| $(4x+3)$ | - | + | + | + |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x(2-x)(4x+3)$ | + | - | + | - |

Nulové body nejsou součástí řešení, protože v nerovnosti není rovnítko.

$K = \left(-\frac{3}{4};0\right) \cup (2;\infty)$

**Př. 5:** Petáková:
strana 12/cvičení 2 c) d) e) h)

**Shrnutí:** Nerovnice v součinovém tvaru řešíme tím, že v tabulce sledujeme znaménka jednotlivých závorek v součinu.