

1. Lineární funkce

Lineární funkce je každá funkce na množině $\mathbb{R}$ (tj. funkce o definičním oboru $\mathbb{R}$), která je dána ve tvaru

$$y = ax + b,$$

kde a, b jsou reálná čísla.

Speciálním příkladem lineárních funkcí jsou funkce, pro něž je $a = 0$, tj. funkce

$$y = b,$$

ktelé nazýváme **konstantní funkce**. Pro lineární funkce vyjádřené ve tvaru

$$y = ax,$$

tj. pro funkce dané vzorcem $y = ax + b$, v němž je $b = 0$, užíváme také název **přímá úměrnost**.

Úlohy

2.1 Načrtněte grafy těchto funkcí:

a) $y = 1,5$ b) $y = 3x$ c) $y = x + 2$ d) $y = -2x + 1,7$

2.2 Zdůvodněte, že přímka rovnoběžná s osou y soustavy souřadnic Oxy nemůže být grafem žádné funkce, vyjadřující závislost y na x .

2.3 Pro lineární funkci h platí: $h(3) = -5$, $h(-1) = 4$. Vyjádřete ji předpisem $y = ax + b$ a sestrojte její graf.

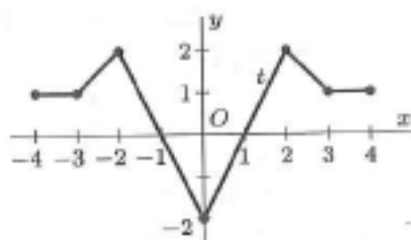
*2.4 Vyjádřete pomocí závislostí tvaru $y = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$) funkce, jejichž grafy jsou na obr. 1.7 a 1.10.

2.5 Zjistěte si na poště, jaká je výše poplatků za balíky v závislosti na jejich hmotnosti. Zapište pak funkci, která udává tuto závislost, pomocí vztahů $y = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$) a sestrojte její graf. Obdobné úkoly řešte pro poplatky za obyčejná či doporučená psaní v závislosti na jejich hmotnosti, pro poplatky za telegramy v závislosti na počtu slov atd.

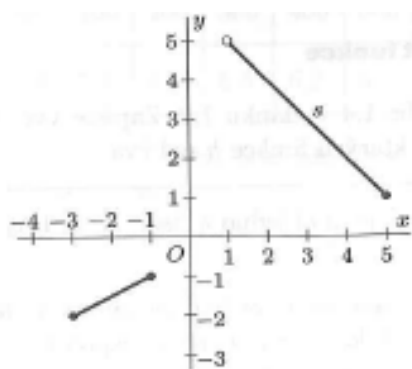
2.6 Zjistěte, jak závisí cena jízdenky v osobní vlakové dopravě na vzdálenosti do cílového místa. Zapište pomocí vztahů $y = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$) funkci, která udává tuto závislost, a to do vzdálenosti 100 km, a načrtněte její graf. Obdobné úkoly řešte pro případ autobusové dopravy.

Který z obou způsobů dopravy je finančně výhodnější?

*2.7 Každé reálné číslo b lze zapsat ve tvaru $b = c + d$, kde c je celé číslo a $d \in (0, 1)$. Číslo c nazýváme celá část čísla b a označujeme je $[b]$. Zdůvodněte, že předpis $y = [x]$, $x \in \mathbb{R}$ je funkce na množině $\mathbb{R}$. Sestrojte graf této funkce.



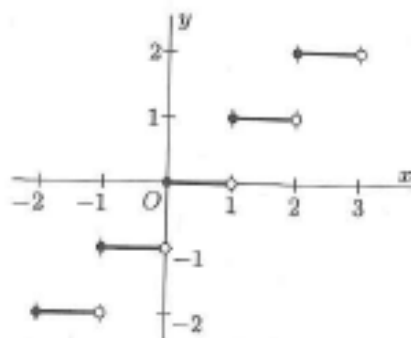
Obr. 1.10



Obr. 1.7

Výsledky

2.2 Přiřazení není jednoznačné. **2.3** $y = -2,25x + 1,75$. **2.4** Funkce s (obr. 1.7) se skládá ze dvou funkcí: $s_1: y = 0,5x - 0,5, x \in (-3, -1)$ a $s_2: y = -x + 6, x \in (1, 5)$. Funkce t (obr. 1.10) se skládá ze šesti funkcí: $t_1: y = 1, x \in (-4, -3)$; $t_2: y = x + 4, x \in (-3, -2)$; $t_3: y = -2x - 2, x \in (-2, 0)$; $t_4: y = 2x - 2, x \in (0, 2)$; $t_5: y = -x + 4, x \in (2, 3)$; $t_6: y = 1, x \in (3, 4)$. **2.7** Obr. V2.1.



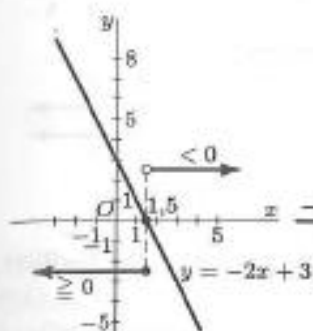
Obr. V2.1

1.1. Grafy lineárních funkcí při řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav

2.2 Grafy lineárních funkcí při řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav

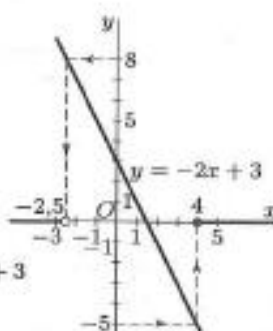
1 Sestrojte graf lineární funkce $y = -2x + 3$ a zjistěte pak z něho, pro která $x \in \mathbb{R}$ platí:

- | | | |
|----------------------|---------------------|--------------------------|
| a) $-2x + 3 = 0$ | b) $-2x + 3 \geq 0$ | c) $-2x + 3 < 0$ |
| d) $-2x + 3 \leq -5$ | e) $-2x + 3 > 8$ | f) $-5 \leq -2x + 3 < 8$ |



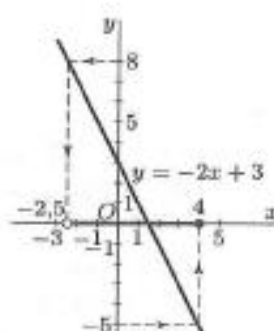
Obr. 2.7a

- a) $x = 1,5$
b) $x \leq 1,5$
c) $x > 1,5$



Obr. 2.7b

- d) $x \geq 4$
e) $x < -2,5$



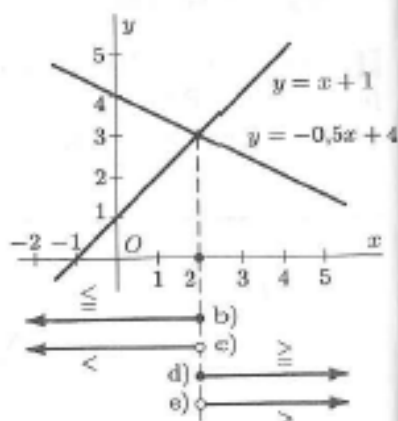
Obr. 2.7c

- f) $-2,5 < x \leq 4$

Pro kontrolu můžete vyřešit ještě všechny úkoly početně.

2 Sestrojte v téže soustavě souřadnic Oxy grafy funkcí $y = x + 1$, $y = -0,5x + 4$. Určete pak všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která platí:

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| a) $x + 1 = -0,5x + 4$ | b) $x + 1 \leq -0,5x + 4$ |
| c) $x + 1 < -0,5x + 4$ | d) $x + 1 \geq -0,5x + 4$ |
| e) $x + 1 > -0,5x + 4$ | |



Obr. 2.8

- a) $x = 2$
b) $x \leq 2$ ($x \in (-\infty, 2]$)
c) $x < 2$ ($x \in (-\infty, 2)$)
d) $x \geq 2$ ($x \in [2, +\infty)$)
e) $x > 2$ ($x \in (2, +\infty)$)

Přesvědčte se o správnosti získaných výsledků početním řešením jednotlivých rovnic a nerovnic.

Úlohy

2.8 Sestrojte graf funkce $m: y = -x + 2,5$. Z grafu pak určete všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která platí:

- a) $m(x) = 0$ b) $m(x) \leq 0$ c) $m(x) > 3$
d) $m(x) \leq -1$ e) $-3 \leq m(x) \leq 2$ f) $-7,5 < m(x) < 4,5$

2.9 Sestrojte v téže soustavě souřadnic grafy funkcí $s_1: y = 0,5x - 2$, $s_2: y = -x - 1$. Z obrázku pak zjistěte, které z následujících výroků jsou pravdivé:

- a) $s_1(0) > s_2(0)$ b) $s_1(4) \geq s_2(4)$
c) $s_1(-2) < s_2(-2)$ d) $s_1(3) \leq s_2(3)$

2.10 Řešte graficky i početně tyto rovnice a nerovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$:

- a) $2,5x + 2 = -2x + 11$ b) $2,5x + 2 \leq -2x + 11$
c) $2,5x + 2 < -2x + 11$ d) $2,5x + 2 \geq -2x + 11$

***2.11** Dělník má na stoltruhu opracovat určitý počet odlitků. Může volit jeden ze tří pracovních postupů:

- A. Začne pracovat bez jakékoli předchozí úpravy stroje; přitom opracuje jeden odlitek za jednu hodinu.
B. Provede menší úpravu stroje, která trvá dvě hodiny; potom opracuje jeden odlitek za 30 minut.
C. Udělá větší úpravu na stroji, která trvá pět hodin, a pak opracuje jeden odlitek za 15 minut.

Určete funkce, které vyjadřují závislost počtu opracovaných odlitků na čase pro varianty A, B, C. Který z pracovních postupů je časově nejkratší, jestliže má dělník opracovat 3, 6, 11, 14 odlitků? Pro jaký počet odlitků je nejvhodnější varianta A, B, C? (Úlohy můžete řešit graficky i početně.)

2.12 Řešte graficky i početně tyto soustavy rovnic s neznámými $x, y \in \mathbb{R}$:

- a) $y = 3x - 2$ b) $3x - 2y = 4$
 $y = -x + 1$ $x + 3y = 5$
c) $x + y = 1$ d) $3x + y = 9$
 $-3x = 15 + 3y$ $6x + 2y = 18$

2.8 a) $x = 2,5$;

b) $x \geq 2,5$; c) $x < -0,5$; d) $x \geq 3,5$; e) $x \in (0,5; 5,5)$; f) $x \in (-2; 10)$.

2.9 Pravdivé jsou pouze výroky z b) a c). **2.10** a) $x = 2$; b) $x \in (-\infty, 2)$; c) $x \in (-\infty, 2)$; d) $x \in (2, +\infty)$; **2.11** A, B, B, C; 1 až 4 varianta A; 4 až 12 varianta B; 12 a více varianta C. **2.12** a) $x = 0,75$, $y = 0,25$; b) $x = 2$, $y = 1$; c) žádné řešení; d) všechny dvojice $[x, y]$, $x, y \in \mathbb{R}$, pro které je $3x + y = 9$.