

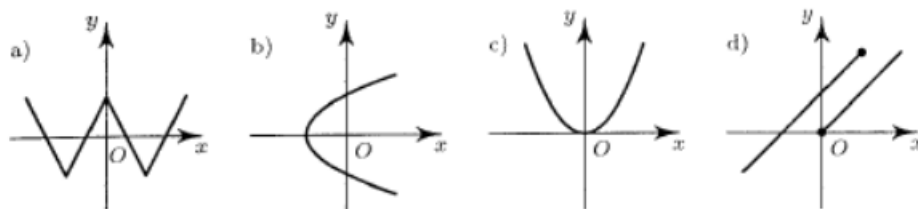
4.1 Definice funkce

1 Rozhodněte, zda následujícími předpisy jsou dány funkce na dané množině:

a) $f_1: y = 2x - 1 \wedge x \in \mathbb{R}$ c) $f_3: y^2 = x \wedge x \in \mathbb{R}$

b) $f_2: y = \sqrt{x+4} \wedge x \in \langle -4; \infty \rangle$ d) $f_4: y = x^2 \wedge x \in \mathbb{R}$

2 Rozhodněte, které z nakreslených množin bodů na obr. 1 jsou grafem funkce:



Obr. 1

4.3 Definiční obor funkce

4 Určete definiční obory uvedených funkcí:

$$f_1(x) = x^2 + 3x - 1$$

$$f_8(x) = \sqrt{\frac{x+2}{4x-6}}$$

$$f_2(x) = \frac{x+1}{x-3}$$

$$f_9(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{4x-6}}$$

$$f_3(x) = \frac{x}{13x^2 + 10x - 3}$$

$$f_{10}(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{\frac{7}{10-x}}$$

$$f_4(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$$

$$f_5(x) = \frac{1}{|x+3| - 4}$$

$$f_6(x) = \sqrt{x+2}$$

$$f_7(x) = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 3x - 2}}$$

4.4 Hodnota funkce, obor funkčních hodnot

- 5 Vypočítejte hodnotu funkce $y = \frac{x+4}{x-1}$ v bodech $-1, 3, \sqrt{2}$.
- 6 Je dána funkce $f: y = x^3 - x \wedge x \in \mathbb{R}$. Vypočítejte: $f(-2), f(\frac{1}{3}), f(2\sqrt{3})$.
- 7 Je dána funkce $g(x) = 3x^2 + 1$. Vypočítejte: $g(1), g(a) + g(2), g(a+2), g(b^2), [g(b)]^2$.
- 8 Je dána funkce $f(x) = x^2 + 2x - 30$. Rozhodněte, zda existuje $x \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo:
 a) $f(x) = 5$ b) $f(x) = -100$ c) $f(x) = \frac{11}{2}\sqrt{3}$
- 9 Je dána funkce $g(x) = 2x - 3$. Rozhodněte, zda existuje $x \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo:
 a) $g(x^2) = [g(x)]^2 - 2$ b) $g(x+6) = g(6x)$ c) $g(x) + 6 = 6g(x)$
- 10 Je dána funkce $h: y = \frac{x^2+1}{2-x^2}$.
 a) Rozhodněte, která z následujících čísel $2, -\frac{5}{2}, 0, 5, -1$ patří do oboru hodnot funkce h .
 b) Určete všechna čísla $m \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo: $h(m) = h(\sqrt{3})$
 c) Určete všechna čísla $c \in \mathbb{R}$ tak, aby platilo: $h(c+1) = h(\frac{1}{2})$

4.1 Definice funkce

- 1 a) f_1 je funkce; b) f_2 je funkce; c) f_3 není funkce, protože např. $[4; 2] \in f_3 \wedge [4; -2] \in f_3$;
 d) f_4 je funkce.
- 2 a) Je funkce; b) není funkce; c) je funkce; d) není funkce.

4.2 Rovnost funkcí

- 3 a) $f = g \vee \mathbb{R}$; b) $f \neq g$, protože $D_f \neq D_g$; c) $f \neq g$, protože $D_f \neq D_g$.

4.3 Definiční obor funkce

- | | | | |
|---|--|---|-------------------------------------|
| 4 | $D(f_1) = \mathbb{R}$ | $D(f_6) = (-2; \infty)$ | $D(f_{11}) = (3; \infty)$ |
| | $D(f_2) = \mathbb{R} - \{3\}$ | $D(f_7) = (-\infty; -2) \cup (\frac{1}{2}; \infty)$ | $D(f_{12}) = (-4; \infty) - \{4\}$ |
| | $D(f_3) = \mathbb{R} - \{-1; \frac{3}{13}\}$ | $D(f_8) = (-\infty; -2) \cup (\frac{3}{2}; \infty)$ | $D(f_{13}) = (-\frac{1}{2}; 0)$ |
| | $D(f_4) = \mathbb{R}$ | $D(f_9) = (\frac{3}{2}; \infty)$ | $D(f_{14}) = (\frac{1}{5}; \infty)$ |
| | $D(f_5) = \mathbb{R} - \{-7; 1\}$ | $D(f_{10}) = (-4; 10)$ | |

4.4 Hodnota funkce, obor funkčních hodnot

- 5 $f(-1) = -\frac{3}{2}$; $f(3) = \frac{7}{2}$; $f(\sqrt{2}) = 6 + 5\sqrt{2}$ 6 $f(-2) = -6$; $f(\frac{1}{3}) = -\frac{8}{27}$; $f(2\sqrt{3}) = 22\sqrt{3}$
- 7 $g(1) = 4$ $g(a) + g(2) = 3a^2 + 14$ $g(b^2) = 3b^4 + 1$
 $g(a+2) = 3a^2 + 12a + 13$ $[g(b)]^2 = 9b^4 + 6b^2 + 1$
- 8 a) $x_1 = -7, x_2 = 5$ b) $x \in \mathbb{R}$ neexistuje; c) $x_1 = \frac{4+\sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{-13+\sqrt{3}}{2}$
- 9 a) $x_1 = 1, x_2 = 5$ b) $x = \frac{6}{5}$ c) $x = \frac{21}{10}$
- 10 a) $2 - \frac{5}{2} \in H$ b) $m \in \{\pm\sqrt{3}\}$ c) $c \in \{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\}$